CUCEA

Modelos determinísticos de control de inventarios

Introducción

El inventario es uno de los bienes más costosos para muchas compañías, pues llega a representar 50% del capital total invertido. Por otro lado, los clientes quedan insatisfechos cuando frecuentemente se quedan sin existencias y enfrentan faltantes. El problema del inventario determina la cantidad que equilibra los dos casos extremos. El inventario es cualquier recurso almacenado que sirve para satisfacer cualquier necesidad actual o futura.

El factor importante en la formulación y solución de un modelo de inventario, es que la demanda de un artículo (por unidad de tiempo) sea **determinística** (que se conozca con certidumbre) o **probabilística** (que se pueda describir con una distribución de probabilidad.

Decisiones de inventario

Existen tan sólo dos decisiones fundamentales que deben tomarse para controlar un inventario:

1. Cuánto ordenar
2. Cuándo ordenar

El propósito de todos los modelos y las técnicas de inventarios es determinar de una manera racional cuánto y cuándo ordenar. Un objetivo importante al controlar el inventario es minimizar los costos totales de inventario. Algunos de los costos más significativos del inventario son los siguientes:

1. Costo de los artículos (costo de compra o costo de materiales)
2. Costo por ordenar
3. Costo por mantener o almacenar el inventario
4. Costo por faltantes

Cantidad del lote económico: determinación de cuánto ordenar

La Cantidad del Lote Económico (CLE) es una de las técnicas de control de inventarios más antiguas y conocidas. Algunos de los supuestos más importantes son los siguientes:

1. La demanda se conoce y es constante.
2. El tiempo de entrega (el tiempo entre colocar una orden y recibirla) se conoce y es constante.
3. La recepción del inventario es instantánea. En otras palabras, el inventario de una orden llega a un lote en cierto momento.
4. El costo de comprar por unidad es constante durante el año. Los descuentos por cantidad no son posibles.

5. Los únicos costos variables son el costo por colocar una orden, costo por ordenar; y el costo por mantener o almacenar el inventario en el tiempo, costo por almacenar. El costo por almacenar una unidad y el costo por ordenar por orden son constantes durante el año.

6. Las órdenes se colocan de manera que los faltantes se evitan por completo.

Con las siguientes variables, desarrollamos expresiones matemáticas para los costos anuales por ordenar y almacenar:

- $\boldsymbol{Q}$ = Número de piezas a ordenar
- $\boldsymbol{CLE} = \boldsymbol{Q}^*$ = Número óptimo de piezas a ordenar (unidades por unidad de tiempo)
- $\boldsymbol{D}$ = Demanda anual en unidades del artículo en inventario
- $\boldsymbol{C}_0$ = Costo por colocar cada orden ($/pedido)
- $\boldsymbol{C_h}$ = Costo anual por almacenar por unidad ($ por unidad en inventario por unidad de tiempo)
- $\boldsymbol{t_0}$ = Duración del ciclo de pedido (unidades de tiempo)
- **Costo anual por ordenar**

$\boldsymbol{CAO} =$ (Número de órdenes colocadas por año) (Costo por ordenar por orden)

$$= \left(\frac{Demanda\ anual}{Número\ de\ unidades\ en\ cada\ orden}\right)(Costo\ por\ ordenar)$$

$$= \left(\frac{D}{Q}\right)\boldsymbol{C}_0$$

- **Costo anual por almacenar**

$\boldsymbol{CAA}$ = (Inventario promedio)(Costo por almacenar por unidad)

$$= \left(\frac{Cantidad\ a\ ordenar}{2}\right)(Costo\ por\ almacenar\ por\ unidad)$$

$$= \left(\frac{Q}{2}\right)\boldsymbol{C_h}$$

- **Duración de ciclo**

$$\boldsymbol{t_0} = \frac{Q}{D}$$

Nota: La cantidad promedio de inventario es $\left(\frac{Q}{2}\right)$ porque es el punto medio entre tener la bodega llena y tenerla vacía.

- **Costo total por unidad de tiempo**

$\boldsymbol{CT}$= Costo por ordenar + Costo por almacenar

$$= \left(\frac{D}{Q}\right)\boldsymbol{C_0} + \left(\frac{Q}{2}\right)\boldsymbol{C_h}$$

- **Cantidad de lote económico CLE**

$$\boldsymbol{Q}^* = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2DC_0}}{\boldsymbol{C_h}}}$$

En la política óptima de inventario para el modelo propuesto se sigue:

Pedir $\boldsymbol{Q}^* = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2DC_0}}{\boldsymbol{C_h}}}$ unidades cada $\boldsymbol{t_0}^* = \frac{\boldsymbol{Q}^*}{D}$ unidades de tiempo.

En realidad, no se necesita hacer un nuevo pedido en el instante en que se pide. En lugar de ello puede transcurrir un **tiempo de entrega** positivo, L, entre la colocación y la recepción de un pedido. En este caso el punto de reorden se presenta cuando el nivel de inventario baja a LD unidades. Así tenemos que:

$$r = LD$$

Donde "r" representa el **punto de reorden** que es la posición del inventario en la cual se debe colocar una orden. La **posición del inventario** (D) es la cantidad de unidades restantes en el inventario para satisfacer la demanda. El **tiempo de entrega** (L) es el periodo que hay entre el punto de colocar una orden y recibirla.

Si el tiempo de entrega *L* es menor que la longitud de ciclo $\boldsymbol{t_0}^*$ lo cual en general no es el caso, se define el **tiempo efectivo** de entrega como:

$$L_e = L - nt_0{}^*$$

Donde *n* es el número entero más grande, de manera que es menor o igual a $\frac{L}{t_0{}^*}$.

Otro punto a considerar ahora que se sabe cuándo ordenar y si se saben los días laborados en el año, la duración del ciclo de pedido $\boldsymbol{t_0}$ se calcula

$$\boldsymbol{t_0}^* = \frac{Q^*}{D}Y$$

Donde "Y" es la cantidad de días laborados en el año.

Ejemplos

Ejemplo 1. Sumco, una compañía que vende bombas a otras compañías, quiere reducir su costo de inventario determinando el número óptimo de bombas que debe obtener por orden y el costo anual total. La demanda anual es de 1,000 unidades, el costo por ordenar es de $10 por orden, ¿qué sucede con la demanda anual si el costo por ordenar cambia a 40? El costo anual promedio por almacenar por unidad es de $0.50.

Solución

Los datos del problema son:

$$D = 1000\ unidades\ por\ año$$

$$C_0 = \$10\ por\ orden$$

$$C_h = \$\ 0.50\ por\ unidad\ por\ año$$

Por lo que el número óptimo de bombas es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(1000)(10)}{0.5}} = 200\ bombas$$

Ahora si el costo por ordenar cambia a:

$$C_0 = \$40\ por\ orden$$

El nuevo valor óptimo es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(1000)(40)}{0.5}} = 400\ bombas$$

Ejemplo 2. Una empresa que surte microcircuitos de computadora a una compañía que los incorpora en refrigeradores y otros electrodomésticos. Uno de los componentes tiene una demanda anual de 250 unidades y es constante todo el año. El costo anual por almacenar se estima en $1 por unidad y el costo por ordenar es de $20 por orden.

a) Para minimizar el costo, ¿cuántas unidades deberían ordenarse cada vez que se coloca una orden?

b) ¿Cuántas órdenes por año se necesitan con la política óptima?

c) ¿Cuál será el costo anual por ordenar?

d) ¿Cuál es el inventario promedio si se minimizan los costos?

e) ¿Cuál es el costo anual por almacenar?

f) ¿Cuál es el costo total anual?

g) Suponga que el costo por ordenar no es $20 y que la empresa ha ordenado 150 cada vez que coloca una orden. Para que esta política de ordenar sea óptima, ¿cuál tendría que ser el costo por ordenar?

Solución

De acuerdo con la información del problema se tiene:

$$D = 250\ unidades\ por\ año$$

$$C_0 = \$20\ por\ orden$$

$$C_h = \$\ 1\ por\ unidad\ por\ año$$

a)

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(1000)(10)}{0.5}} = 100\ componentes, cantidad\ óptima\ que\ minimiza\ los\ costos$$

b)

$$\frac{D}{Q} = \frac{250}{100} = 2.5, cantidad\ de\ órdenes\ que\ se\ deben\ realizar\ en\ el\ año$$

c)

$$\frac{D}{Q}C_0 = 2.5(20) = 50, costo\ por\ las\ órdenes\ realizadas\ en\ el\ año$$

d)

$$\frac{Q}{2} = \frac{100}{2} = 50, punto\ en\ que\ la\ bodega\ se\ encuentra\ a\ la\ mitad\ de\ su\ capacidad$$

e)

$$\frac{Q}{2}C_h = 50(1) = 50, \textit{costo por mantener la bodega a la mitad de su capacidad}$$

f)

$$CT = \left(\frac{D}{Q}\right)\boldsymbol{C_0} + \left(\frac{Q}{2}\right)\boldsymbol{C_h} = 50 + 50 = 100$$

g) Para este inciso los datos son:

$$D = 250 \; unidades\ por\ año$$

$$C_h = \$\,1 \; por\ unidad\ por\ año$$

$$Q = 150 \; unidades\ por\ orden$$

$$C_0 = ?$$

A partir de la fórmula de cantidad óptima de pedido:

$$\boldsymbol{Q} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2DC_0}}{\boldsymbol{C_h}}}$$

Se puede despejar el costo por colocar una orden $\boldsymbol{C_0}$**.** Primero elevamos ambos lados de la ecuación al cuadrado con lo que:

$$\boldsymbol{Q}^2 = \frac{\boldsymbol{2DC_0}}{\boldsymbol{C_h}}$$

Ahora el término $\boldsymbol{C_h}$ que está dividiendo, lo pasamos al lado izquierdo multiplicando:

$$\boldsymbol{C_hQ^2} = \boldsymbol{2DC_0}$$

Por último $\boldsymbol{2D}$ que está multiplicando lo pasamos dividiendo al lado izquierdo:

$$\frac{\boldsymbol{C_hQ^2}}{\boldsymbol{2D}} = \boldsymbol{C_0}$$

Con lo que ahora tenemos una fórmula para calcular el costo por colocar una orden $\boldsymbol{C_0}$**,** con los datos del problema:

$$\boldsymbol{C_0} = \frac{\boldsymbol{C_hQ^2}}{\boldsymbol{2D}} = \frac{(\boldsymbol{1})(\boldsymbol{150})^2}{\boldsymbol{2}(\boldsymbol{250})} = \boldsymbol{45}, \textit{costo por realizar una orden}$$

Y para determinar el costo anual por ordenar consideramos:

$$\boldsymbol{CAO} = \left(\frac{D}{Q}\right)\boldsymbol{C_0} = \left(\frac{250}{150}\right)(\boldsymbol{45}) = \boldsymbol{75}, \textit{costo por las ordenes realizadas en el año}$$

Ejemplo 3. La demanda de chips para computadora de Procomp es de 8,000 por año. La empresa tiene una demanda diaria de 40 unidades y la cantidad de lote económico es de 400 unidades. La entrega de una orden toma tres días laborales. ¿Cuál es el punto de reorden para el chip? ¿Cuál es el tiempo que existe entre cada periodo de entrega si la empresa labora 288 días al año?

Solución

Consideramos "d" en lugar "D" para referirnos a la demanda diaria, los datos son:

$$L = 3 \; tiempo\ en\ días\ que\ tarda\ la\ entrega\ de\ la\ orden$$
$$d = 40 \; unidades\ como\ demanda\ diaria$$

El punto de reorden es:

$$r = Ld = (3)(40) = 120$$
$$unidades\ restantes\ a\ partir\ de\ las\ cuales\ se\ debe\ realizar\ una\ orden$$

El tiempo que existe entre cada periodo:

$$t_0 = \frac{Q}{D}Y = \frac{400}{8000}(288) = 14.4, días\ que\ trancurren\ entre\ cada\ orden$$

Ejemplo 4. Se cambian luces de neón en una universidad, a una tasa de 100 unidades diarias. Estas luces de neón se piden en forma periódica. Cuesta $100 iniciar una orden de compra. Se estima que una luz de neón en el almacén cuesta unos $0.02 diarios. El tiempo de entrega, entre la colocación y la reparación de un pedido es de 12 días. Determine la política óptima de inventario para pedir las luces de neón.

Solución

El problema proporciona los siguientes datos:

$$D = 100\ unidades\ por\ día$$
$$C_0 = \$\ 100\ por\ orden$$
$$C_h = \$\ 0.02\ por\ unidad\ y\ por\ día$$
$$L = 12\ días\ entre\ ordenes$$

Así:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DC_0}{C_h}} = \sqrt{\frac{2(100)(100)}{0.02}} = 1000, luces\ de\ neón$$

La longitud de ciclo o duración de ciclo:

$$t_0 = \frac{Q^*}{D} = \frac{1000}{100} = 10, días\ entre\ cada\ orden$$

Como el tiempo de entrega *L*=12 días es mayor que la longitud del ciclo t_0 se debe calcular L_e. La cantidad de ciclos incluidos en L es:

$$n = \frac{L}{t_0} = \frac{12}{10} = 1.2$$

Se toma la parte entera por lo que:

$$n = 1$$

Entonces:

$$L_e = L - nt_0 = 12 - (1)(10) = 2\ días$$

Por lo que el punto de reorden se presenta cuando la cantidad de inventario baja a:

$$L_e d = (2)(100) = 200, luces\ de\ neón$$

La política de inventario para pedir las luces de neón es:

Pedir 1000 unidades cuando el inventario baja a 200 unidades

El costo diario de inventario correspondiente a la política propuesta es:

$$CT = \left(\frac{D}{Q}\right)\boldsymbol{C_0} + \left(\frac{Q}{2}\right)\boldsymbol{C_h} = \left(\frac{100}{1000}\right)(\mathbf{100}) + \left(\frac{1000}{2}\right)(\mathbf{0.02}) = \$\mathbf{20}\ por\ día$$

Referencias

Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T., Camm, J., Cochran, J., Fry, M. y Ohlmann, J. (2016). *Métodos cuantitativos para los negocios* (13a ed.). (Trad. V. Altamirano). México, D.F.: Cengage Learning Editores.

Izar Landeta, J. (2012). *Investigación de operaciones*. México, D.F.: Editorial Trillas.

Render, B., Stair, R., Hanna, M. y Hale, T. (2016). *Métodos cuantitativos para los negocios* (12a ed.). (Trad. J. Murrieta). México, D.F.: Pearson Educación de México.

Winston, W. (2005). *Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos* (4a ed.). (Trad. M. Bruna y F. Sánchez). México: Thomson.

Créditos

Mtro. José Alberto Castellanos Gutiérrez
Rector del CUCEA

Mtro. José Alberto Becerra Santiago
Secretario Académico

Mtro. Cesar Omar Mora Pérez
Secretario Administrativo

Mtra. Irene Huízar Navarro
Coordinadora de Tecnologías para el Aprendizaje

Mtro. Jonathan Roberto Venegas Barrera
Experto disciplinar

Lic. Ruth Dayra Jaramillo Rodríguez
Diseñadora instruccional

Lic. Claudia Fabiola Olmos de la Cruz
Jefa de Diseño Gráfico

Lic. Karen Isabel Juárez Rodríguez
Correctora de estilo

Fecha de elaboración: 19/01/18
Centro Universitario de Ciencias Económico Administrativas
Coordinación de Tecnologías para el Aprendizaje
Unidad de Diseño Educativo
Zapopan, Jalisco 2018

UDE